Mechanika Kwantowa

Zagadnienia egzaminacyjne po drugim semestrze kursu

1. Operator całkowitego momentu pędu.
   (a) Podać równania własne, dopuszczalne wartości odpowiednich liczb kwantowych i zakresy zmienności.
   (b) Reprezentacja macierzowa dla spinu 1/2.
   (c) Składanie stanów własnych momentu pędu.
2. Symetrie dyskretne w mechanice kwantowej.
   (a) Inwersja przestrzenna.
   (b) Odwrócenie w czasie.
3. Stacjonarny rachunek zaburzeń. Wyprowadzenie wzorów na pierwszą i drugą poprawkę do energii i funkcji falowej.
   (a) Zjawisko Zeemana bez uwzględnienia spinu.
   (b) Zjawisko Starka pierwszego rzędu w atomie wodoru.
4. Metoda wariacyjna.
   (a) Oddziaływanie van der Waalsa pomiędzy dwoma atomami wodoru w stanach podstawowych.
5. Cząstki identyczne.
   (a) Równanie Schrödingera dla układu n cząstek identycznych. Jakie warunki musi spełniać funkcja falowa układu n cząstek identycznych?
   (b) Konstrukcja wektorów stanu dla układu 2 identycznych bozonów i 2 identycznych fermionów.
   (c) Zakaz Pauliego i jego konsekwencje na przykładzie układu okresowego pierwiastków.
   (d) Podać i objaśnić przykłady zjawisk fizycznych, w których istotną rolę odgrywa kondensacja Bosego–Einsteina.
6. Stany czyste i mieszane.
   (a) Operator gęstości i jego reprezentacje macierzowe.
   (b) Udowodnić wzór na wartość oczekiwaną obserwabli kwantowomechanicznej z wykorzystaniem reprezentacji macierzowej operatora gęstości.
7. Elementy relatywistycznej mechaniki kwantowej; równanie Diraca.
   (a) Równanie Kleina–Gordona i problemy z jego kwantowomechaniczną interpretacją.
   (b) Konstrukcja hamiltonianu Diraca. Własności definicyjne macierzy α_i, $i = 1, 2, 3$ i β.

(c) Przejście od równania Diraca z macierzami α_i, $i = 1, 2, 3$ i β do równania Diraca z macierzami γ_μ.

(d) Pokazać, że każda ze składowych $\psi_a(x)$, $a = 1, 2, 3, 4$, spinora Diraca $\psi(x)$ spełnia równanie Kleina-Gordona.

(e) Równanie sprzężone do równania Diraca; prąd Diraca i interpretacja fizyczna jego zerowej składowej.

8. Relatywistyczna współzmienniczość równania Diraca.

9. Reprezentacja spinorowa grupy Lorentza, spinory Pauliego, bispinor Diraca.

10. Algebra macierzy Diraca. Macierz γ_5 i jej własności.

11. Udowodnić, że macierze $\Gamma^S \equiv I$, $\Gamma^V_\mu \equiv \gamma_\mu$, $\Gamma^T_{\mu\nu} \equiv \sigma_{\mu\nu}$, $\Gamma^A_\mu \equiv \gamma_5\gamma_\mu$, $\Gamma^P \equiv \gamma_5$ tworzą bazę przestrzeni wektorowej macierzy 4×4 nad ciałem liczb zespolonych.

12. Własności transformacyjne przy transformacjach Lorentza form bliliniowych postaci $\bar{\psi}(x)\Gamma^a\psi(x)$, gdzie Γ^a, $a = S, V, T, A, P$ są macierzami zdefiniowanymi powyżej.

13. Równanie Diraca dla cząstki i antycząstki w przestrzeni pędowej.

14. Konstrukcja spinorów Diraca dla cząstki i antycząstki w przestrzeni pędowej.

15. Operatory rzutujące na stany o określonej energii i na stany o określonej polaryzacji.

16. Uzasadnić postać równania Diraca dla cząstki w zewnętrznym polu elektromagnetycznym.

17. Granica nierelatywistyczna równania Diraca dla cząstki w zewnętrznym polu elektromagnetycznym; równanie Pauliego.