Elementy teorii rozproszeń

Karol Kołodziej

Instytut Fizyki
Uniwersytet Śląski, Katowice
http://kk.us.edu.pl

Ciągłe wartości własne

Dyskretne poziomy energii cząstki, które otrzymywaliśmy dla stanów związanych były konsekwencją warunków brzegowych.
W teorii rozproszeń energia cząstki jest na ogół z góry określona, a interesuje nas zachowanie asymptotyczne na dużych odległościach funkcji falowej cząstki rozproszonej na określonym potencjale.

Ciągłe wartości własne

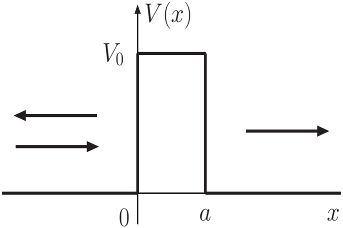
Dyskretne poziomy energii cząstki, które otrzymywaliśmy dla stanów związanych były konsekwencją warunków brzegowych.
W teorii rozproszeń energia cząstki jest na ogół z góry określona, a interesuje nas zachowanie asymptotyczne na dużych odległościach funkcji falowej cząstki rozproszonej na określonym potencjale.
Teoria rozproszeń odgrywa szczególnie ważną rolę w fizyce jądrowej i w fizyce cząstek elementarnych, gdzie jest podstawowym źródłem informacji na temat badanych obiektów fizycznych.

Ciągłe wartości własne

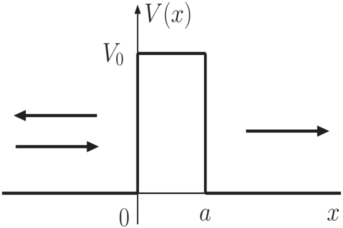
Dyskretne poziomy energii cząstki, które otrzymywaliśmy dla stanów związanych były konsekwencją warunków brzegowych.
W teorii rozproszeń energia cząstki jest na ogół z góry określona, a interesuje nas zachowanie asymptotyczne na dużych odległościach funkcji falowej cząstki rozproszonej na określonym potencjale.
Teoria rozproszeń odgrywa szczególnie ważną rolę w fizyce jądrowej i w fizyce cząstek elementarnych, gdzie jest podstawowym źródłem informacji na temat badanych obiektów fizycznych.
Stosuje się ją również w fizyce atomowej, czy w fizyce ciała stałego.

Dyskretne poziomy energii cząstki, które otrzymywaliśmy dla stanów związanych były konsekwencją warunków brzegowych.
W teorii rozproszeń energia cząstki jest na ogół z góry określona, a interesuje nas zachowanie asymptotyczne na dużych odległościach funkcji falowej cząstki rozproszonej na określonym potencjale.
Teoria rozproszeń odgrywa szczególnie ważną rolę w fizyce jądrowej i w fizyce cząstek elementarnych, gdzie jest podstawowym źródłem informacji na temat badanych obiektów fizycznych.
Stosuje się ją również w fizyce atomowej, czy w fizyce ciała stałego.

Rozważmy jednowymiarowe rozpraszanie cząstki na prostokątnej barierze potencjału.



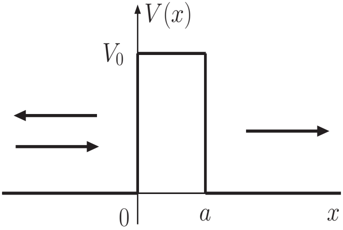
Rozważmy jednowymiarowe rozpraszanie cząstki na prostokątnej barierze potencjału.



$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{dla} \quad x < 0, \\ V_0, & \text{dla} \quad 0 < x < a, \\ 0, & \text{dla} \quad x > a. \end{cases}$$

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

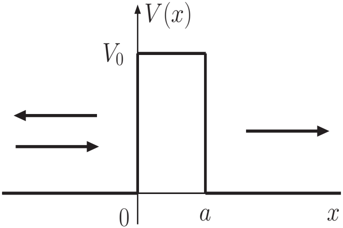
Rozważmy jednowymiarowe rozpraszanie cząstki na prostokątnej barierze potencjału.



$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{dla} \quad x < 0, \\ V_0, & \text{dla} \quad 0 < x < a, \\ 0, & \text{dla} \quad x > a. \end{cases}$$

Nie ma potrzeby symetryzowania potencjału względem 0, gdyż rozpatrywane zagadnienie nie ma takiej symetrii.

Rozważmy jednowymiarowe rozpraszanie cząstki na prostokątnej barierze potencjału.



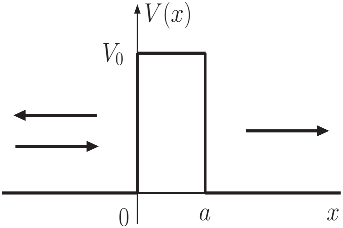
$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{dla} \quad x < 0, \\ V_0, & \text{dla} \quad 0 < x < a, \\ 0, & \text{dla} \quad x > a. \end{cases}$$

Nie ma potrzeby symetryzowania potencjału względem 0, gdyż rozpatrywane zagadnienie nie ma takiej symetrii.

Cząstka o energii E nadbiega z lewej strony i

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

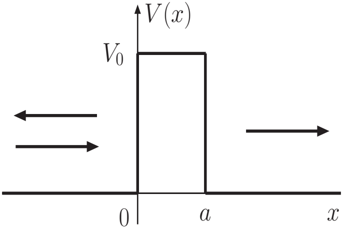
Rozważmy jednowymiarowe rozpraszanie cząstki na prostokątnej barierze potencjału.



$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{dla} \quad x < 0, \\ V_0, & \text{dla} \quad 0 < x < a, \\ 0, & \text{dla} \quad x > a. \end{cases}$$

Nie ma potrzeby symetryzowania potencjału względem 0, gdyż rozpatrywane zagadnienie nie ma takiej symetrii.
Cząstka o energii E nadbiega z lewej strony i albo zawraca po odbiciu się od bariery,

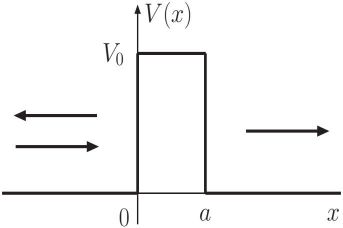
Rozważmy jednowymiarowe rozpraszanie cząstki na prostokątnej barierze potencjału.



$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{dla} \quad x < 0, \\ V_0, & \text{dla} \quad 0 < x < a, \\ 0, & \text{dla} \quad x > a. \end{cases}$$

Nie ma potrzeby symetryzowania potencjału względem 0, gdyż rozpatrywane zagadnienie nie ma takiej symetrii.
Cząstka o energii E nadbiega z lewej strony i albo zawraca po odbiciu się od bariery, albo przechodzi przez barierę.

Rozważmy jednowymiarowe rozpraszanie cząstki na prostokątnej barierze potencjału.



$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{dla} \quad x < 0, \\ V_0, & \text{dla} \quad 0 < x < a, \\ 0, & \text{dla} \quad x > a. \end{cases}$$

Nie ma potrzeby symetryzowania potencjału względem 0, gdyż rozpatrywane zagadnienie nie ma takiej symetrii.
Cząstka o energii E nadbiega z lewej strony i albo zawraca po odbiciu się od bariery, albo przechodzi przez barierę.

Zauważmy, że mamy tu do czynienia z problemem stacjonarnym, gdyż potencjał $V(x)$ nie zależy od czasu.
W obszarze, gdzie $V(x) = 0$ cząstka jest opisywana jednowymiarowym równaniem falowym

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

Zauważmy, że mamy tu do czynienia z problemem stacjonarnym, gdyż potencjał $V(x)$ nie zależy od czasu.
W obszarze, gdzie $V(x) = 0$ cząstka jest opisywana jednowymiarowym równaniem falowym

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = Eu(x)$$

Zauważmy, że mamy tu do czynienia z problemem stacjonarnym, gdyż potencjał $V(x)$ nie zależy od czasu.
W obszarze, gdzie $V(x) = 0$ cząstka jest opisywana jednowymiarowym równaniem falowym

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = Eu(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\, u(x),$$

Zauważmy, że mamy tu do czynienia z problemem stacjonarnym, gdyż potencjał $V(x)$ nie zależy od czasu.
W obszarze, gdzie $V(x) = 0$ cząstka jest opisywana jednowymiarowym równaniem falowym

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\,\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = Eu(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\, u(x),$$

którego rozwiązanie ma postać

$$u(x) = \begin{cases} \\ \end{cases}$$

Zauważmy, że mamy tu do czynienia z problemem stacjonarnym, gdyż potencjał $V(x)$ nie zależy od czasu.
W obszarze, gdzie $V(x) = 0$ cząstka jest opisywana jednowymiarowym równaniem falowym

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\,\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = Eu(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\,u(x),$$

którego rozwiązanie ma postać

$$u(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, \\ \end{cases}$$

Zauważmy, że mamy tu do czynienia z problemem stacjonarnym, gdyż potencjał $V(x)$ nie zależy od czasu.
W obszarze, gdzie $V(x) = 0$ cząstka jest opisywana jednowymiarowym równaniem falowym

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\,\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = Eu(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\,u(x),$$

którego rozwiązanie ma postać

$$u(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, & \text{dla} \\ & \end{cases}$$

Zauważmy, że mamy tu do czynienia z problemem stacjonarnym, gdyż potencjał $V(x)$ nie zależy od czasu.
W obszarze, gdzie $V(x) = 0$ cząstka jest opisywana jednowymiarowym równaniem falowym

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = Eu(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\, u(x),$$

którego rozwiązanie ma postać

$$u(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, & \mathrm{dla} \quad x < 0, \\ \end{cases}$$

Zauważmy, że mamy tu do czynienia z problemem stacjonarnym, gdyż potencjał $V(x)$ nie zależy od czasu.
W obszarze, gdzie $V(x) = 0$ cząstka jest opisywana jednowymiarowym równaniem falowym

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\,\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = Eu(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\,u(x),$$

którego rozwiązanie ma postać

$$u(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, & \mathrm{dla} \quad x < 0, \\ Ce^{ikx}, & \end{cases}$$

Zauważmy, że mamy tu do czynienia z problemem stacjonarnym, gdyż potencjał $V(x)$ nie zależy od czasu.
W obszarze, gdzie $V(x) = 0$ cząstka jest opisywana jednowymiarowym równaniem falowym

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = Eu(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\, u(x),$$

którego rozwiązanie ma postać

$$u(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, & \mathrm{dla} \quad x < 0, \\ Ce^{ikx}, & \mathrm{dla} \end{cases}$$

Zauważmy, że mamy tu do czynienia z problemem stacjonarnym, gdyż potencjał $V(x)$ nie zależy od czasu.
W obszarze, gdzie $V(x) = 0$ cząstka jest opisywana jednowymiarowym równaniem falowym

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = Eu(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\, u(x),$$

którego rozwiązanie ma postać

$$u(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, & \mathrm{dla} \quad x < 0, \\ Ce^{ikx}, & \mathrm{dla} \quad x > a, \end{cases}$$

Zauważmy, że mamy tu do czynienia z problemem stacjonarnym, gdyż potencjał $V(x)$ nie zależy od czasu.
W obszarze, gdzie $V(x) = 0$ cząstka jest opisywana jednowymiarowym równaniem falowym

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = Eu(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\, u(x),$$

którego rozwiązanie ma postać

$$u(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, & \mathrm{dla} \quad x < 0, \\ Ce^{ikx}, & \mathrm{dla} \quad x > a, \end{cases} \qquad \mathrm{gdzie} \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} = \frac{p}{\hbar}.$$

Zauważmy, że mamy tu do czynienia z problemem stacjonarnym, gdyż potencjał $V(x)$ nie zależy od czasu.
W obszarze, gdzie $V(x) = 0$ cząstka jest opisywana jednowymiarowym równaniem falowym

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\,\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = Eu(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\,u(x),$$

którego rozwiązanie ma postać

$$u(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, & \text{dla} \quad x < 0, \\ Ce^{ikx}, & \text{dla} \quad x > a, \end{cases} \qquad \text{gdzie} \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} = \frac{p}{\hbar}.$$

Wyrazy $\sim e^{ikx}$ odpowiadają cząstce biegnącej z lewa na prawo,

Zauważmy, że mamy tu do czynienia z problemem stacjonarnym, gdyż potencjał $V(x)$ nie zależy od czasu.
W obszarze, gdzie $V(x) = 0$ cząstka jest opisywana jednowymiarowym równaniem falowym

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = Eu(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\, u(x),$$

którego rozwiązanie ma postać

$$u(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, & \mathrm{dla} \quad x < 0, \\ Ce^{ikx}, & \mathrm{dla} \quad x > a, \end{cases} \qquad \mathrm{gdzie} \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} = \frac{p}{\hbar}.$$

Wyrazy $\sim e^{ikx}$ odpowiadają cząstce biegnącej z lewa na prawo, a wyraz $\sim e^{-ikx}$ odpowiada cząstce biegnącej z prawa na lewo.

Zauważmy, że mamy tu do czynienia z problemem stacjonarnym, gdyż potencjał $V(x)$ nie zależy od czasu.
W obszarze, gdzie $V(x) = 0$ cząstka jest opisywana jednowymiarowym równaniem falowym

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\,\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = Eu(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\,u(x),$$

którego rozwiązanie ma postać

$$u(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, & \text{dla} \quad x < 0, \\ Ce^{ikx}, & \text{dla} \quad x > a, \end{cases} \qquad \text{gdzie} \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} = \frac{p}{\hbar}.$$

Wyrazy $\sim e^{ikx}$ odpowiadają cząstce biegnącej z lewa na prawo, a wyraz $\sim e^{-ikx}$ odpowiada cząstce biegnącej z prawa na lewo.

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

Aby zrozumieć sens fizyczny współczynników A, B i C przypomnijmy definicję wektora prądu prawdopodobieństwa

$$\vec{S}(\vec{r}, t) = -\frac{i\hbar}{2m}\left[\psi^*\vec{\nabla}\psi - \left(\vec{\nabla}\psi^*\right)\psi\right],$$

który w stacjonarnym przypadku jednowymiarowym ma postać

$$S(x) = -\frac{i\hbar}{2m}\left[u^*(x)\frac{\mathrm{d}u(x)}{\mathrm{d}x} - \frac{\mathrm{d}u^*(x)}{\mathrm{d}x}u(x)\right].$$

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

Aby zrozumieć sens fizyczny współczynników A, B i C przypomnijmy definicję wektora prądu prawdopodobieństwa

$$\vec{S}(\vec{r}, t) = -\frac{i\hbar}{2m}\left[\psi^* \vec{\nabla}\psi - \left(\vec{\nabla}\psi^*\right)\psi\right],$$

który w stacjonarnym przypadku jednowymiarowym ma postać

$$S(x) = -\frac{i\hbar}{2m}\left[u^*(x)\frac{\mathrm{d}u(x)}{\mathrm{d}x} - \frac{\mathrm{d}u^*(x)}{\mathrm{d}x}u(x)\right].$$

Jeśli $x < 0$,

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

Aby zrozumieć sens fizyczny współczynników A, B i C przypomnijmy definicję wektora prądu prawdopodobieństwa

$$\vec{S}(\vec{r}, t) = -\frac{i\hbar}{2m}\left[\psi^* \vec{\nabla}\psi - \left(\vec{\nabla}\psi^*\right)\psi\right],$$

który w stacjonarnym przypadku jednowymiarowym ma postać

$$S(x) = -\frac{i\hbar}{2m}\left[u^*(x)\frac{\mathrm{d}u(x)}{\mathrm{d}x} - \frac{\mathrm{d}u^*(x)}{\mathrm{d}x}u(x)\right].$$

Jeśli $x < 0$, to $u(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$,

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

Aby zrozumieć sens fizyczny współczynników A, B i C przypomnijmy definicję wektora prądu prawdopodobieństwa

$$\vec{S}(\vec{r}, t) = -\frac{i\hbar}{2m}\left[\psi^*\vec{\nabla}\psi - \left(\vec{\nabla}\psi^*\right)\psi\right],$$

który w stacjonarnym przypadku jednowymiarowym ma postać

$$S(x) = -\frac{i\hbar}{2m}\left[u^*(x)\frac{\mathrm{d}u(x)}{\mathrm{d}x} - \frac{\mathrm{d}u^*(x)}{\mathrm{d}x}u(x)\right].$$

Jeśli $x < 0$, to $u(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$, więc

$$S(x) =$$

Aby zrozumieć sens fizyczny współczynników A, B i C przypomnijmy definicję wektora prądu prawdopodobieństwa

$$\vec{S}(\vec{r}, t) = -\frac{i\hbar}{2m}\left[\psi^* \vec{\nabla}\psi - \left(\vec{\nabla}\psi^*\right)\psi\right],$$

który w stacjonarnym przypadku jednowymiarowym ma postać

$$S(x) = -\frac{i\hbar}{2m}\left[u^*(x)\frac{\mathrm{d}u(x)}{\mathrm{d}x} - \frac{\mathrm{d}u^*(x)}{\mathrm{d}x}u(x)\right].$$

Jeśli $x < 0$, to $u(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$, więc

$$S(x) = -\frac{i\hbar}{2m}\left[\left(A^* e^{-ikx} + B^* e^{ikx}\right)\left(ikAe^{ikx} - ikBe^{-ikx}\right)\right.$$

Aby zrozumieć sens fizyczny współczynników A, B i C przypomnijmy definicję wektora prądu prawdopodobieństwa

$$\vec{S}(\vec{r}, t) = -\frac{i\hbar}{2m}\left[\psi^* \vec{\nabla}\psi - \left(\vec{\nabla}\psi^*\right)\psi\right],$$

który w stacjonarnym przypadku jednowymiarowym ma postać

$$S(x) = -\frac{i\hbar}{2m}\left[u^*(x)\frac{\mathrm{d}u(x)}{\mathrm{d}x} - \frac{\mathrm{d}u^*(x)}{\mathrm{d}x}u(x)\right].$$

Jeśli $x < 0$, to $u(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$, więc

$$\begin{aligned} S(x) \;=\; & -\frac{i\hbar}{2m}\left[\left(A^* e^{-ikx} + B^* e^{ikx}\right)\left(ikAe^{ikx} - ikBe^{-ikx}\right)\right. \\ & \left. - \left(-ikA^* e^{-ikx} + ikB^* e^{ikx}\right)\left(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\right)\right]. \end{aligned}$$

Aby zrozumieć sens fizyczny współczynników A, B i C przypomnijmy definicję wektora prądu prawdopodobieństwa

$$\vec{S}(\vec{r}, t) = -\frac{i\hbar}{2m}\left[\psi^*\vec{\nabla}\psi - \left(\vec{\nabla}\psi^*\right)\psi\right],$$

który w stacjonarnym przypadku jednowymiarowym ma postać

$$S(x) = -\frac{i\hbar}{2m}\left[u^*(x)\frac{\mathrm{d}u(x)}{\mathrm{d}x} - \frac{\mathrm{d}u^*(x)}{\mathrm{d}x}u(x)\right].$$

Jeśli $x < 0$, to $u(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$, więc

$$\begin{aligned} S(x) \quad = \quad & -\frac{i\hbar}{2m}\left[\left(A^*e^{-ikx} + B^*e^{ikx}\right)\left(ikAe^{ikx} - ikBe^{-ikx}\right)\right. \\ & \left. - \left(-ikA^*e^{-ikx} + ikB^*e^{ikx}\right)\left(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\right)\right]. \end{aligned}$$

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

$$
\begin{aligned}
S(x) &= -\frac{i\hbar}{2m}\left[\left(A^* e^{-ikx} + B^* e^{ikx}\right)\left(ikAe^{ikx} - ikBe^{-ikx}\right)\right. \\
&\quad \left. - \left(-ikA^* e^{-ikx} + ikB^* e^{ikx}\right)\left(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\right)\right] \\
&=
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S(x) &= -\frac{i\hbar}{2m}\left[\left(A^* e^{-ikx} + B^* e^{ikx}\right)\left(ikAe^{ikx} - ikBe^{-ikx}\right)\right. \\
&\quad \left. - \left(-ikA^* e^{-ikx} + ikB^* e^{ikx}\right)\left(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\right)\right] \\
&= -\frac{i\hbar}{2m}(ik)\left[2|A|^2 - 2|B|^2\right.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S(x) &= -\frac{i\hbar}{2m}\Big[\left(A^* e^{-ikx} + B^* e^{ikx}\right)\left(ikAe^{ikx} - ikBe^{-ikx}\right) \\
&\quad - \left(-ikA^* e^{-ikx} + ikB^* e^{ikx}\right)\left(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\right)\Big] \\
&= -\frac{i\hbar}{2m}(ik)\Big[2|A|^2 - 2|B|^2 \\
&\qquad + A^* Be^{-2ikx}(-1+1) + B^* Ae^{2ikx}(1-1)\Big]
\end{aligned}
$$

$$\begin{aligned}
S(x) &= -\frac{i\hbar}{2m}\left[\left(A^* e^{-ikx} + B^* e^{ikx}\right)\left(ikAe^{ikx} - ikBe^{-ikx}\right)\right. \\
&\quad \left. - \left(-ikA^* e^{-ikx} + ikB^* e^{ikx}\right)\left(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\right)\right] \\
&= -\frac{i\hbar}{2m}(ik)\left[2|A|^2 - 2|B|^2\right. \\
&\qquad \left. + A^* Be^{-2ikx}(-1+1) + B^* Ae^{2ikx}(1-1)\right] \\
&=
\end{aligned}$$

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

$$
\begin{aligned}
S(x) &= -\frac{i\hbar}{2m}\left[\left(A^* e^{-ikx} + B^* e^{ikx}\right)\left(ikAe^{ikx} - ikBe^{-ikx}\right)\right. \\
&\quad \left. - \left(-ikA^* e^{-ikx} + ikB^* e^{ikx}\right)\left(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\right)\right] \\
&= -\frac{i\hbar}{2m}(ik)\left[2|A|^2 - 2|B|^2\right. \\
&\qquad \left. + A^* Be^{-2ikx}(-1+1) + B^* Ae^{2ikx}(1-1)\right] \\
&= \frac{\hbar k}{m}\left(|A|^2 - |B|^2\right)
\end{aligned}
$$

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

$$
\begin{aligned}
S(x) &= -\frac{i\hbar}{2m}\left[\left(A^* e^{-ikx} + B^* e^{ikx}\right)\left(ikAe^{ikx} - ikBe^{-ikx}\right)\right. \\
&\quad \left. - \left(-ikA^* e^{-ikx} + ikB^* e^{ikx}\right)\left(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\right)\right] \\
&= -\frac{i\hbar}{2m}(ik)\left[2|A|^2 - 2|B|^2\right. \\
&\qquad \left. + A^* Be^{-2ikx}(-1+1) + B^* Ae^{2ikx}(1-1)\right] \\
&= \frac{\hbar k}{m}\left(|A|^2 - |B|^2\right) = v\left(|A|^2 - |B|^2\right),
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S(x) &= -\frac{i\hbar}{2m}\Big[\left(A^* e^{-ikx} + B^* e^{ikx}\right)\left(ikAe^{ikx} - ikBe^{-ikx}\right) \\
&\quad - \left(-ikA^* e^{-ikx} + ikB^* e^{ikx}\right)\left(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\right)\Big] \\
&= -\frac{i\hbar}{2m}(ik)\Big[2|A|^2 - 2|B|^2 \\
&\qquad + A^* Be^{-2ikx}(-1+1) + B^* Ae^{2ikx}(1-1)\Big] \\
&= \frac{\hbar k}{m}\left(|A|^2 - |B|^2\right) = v\left(|A|^2 - |B|^2\right),
\end{aligned}
$$

gdzie $v = \frac{\hbar k}{m} = \frac{p}{m}$ jest prędkością cząstki o pędzie p.

$$\begin{aligned} S(x) &= -\frac{i\hbar}{2m}\left[\left(A^* e^{-ikx} + B^* e^{ikx}\right)\left(ikAe^{ikx} - ikBe^{-ikx}\right)\right. \\ &\quad \left. - \left(-ikA^* e^{-ikx} + ikB^* e^{ikx}\right)\left(Ae^{ikx} + Be^{-ikx}\right)\right] \\ &= -\frac{i\hbar}{2m}(ik)\left[2|A|^2 - 2|B|^2\right. \\ &\qquad \left. + A^* Be^{-2ikx}(-1+1) + B^* Ae^{2ikx}(1-1)\right] \\ &= \frac{\hbar k}{m}\left(|A|^2 - |B|^2\right) = v\left(|A|^2 - |B|^2\right), \end{aligned}$$

gdzie $v = \frac{\hbar k}{m} = \frac{p}{m}$ jest prędkością cząstki o pędzie p.

Podobnie, jeśli $x > a$, to $u(x) = Ce^{ikx}$

Podobnie, jeśli $x > a$, to $u(x) = Ce^{ikx}$ i

$$S(x) \quad =$$

Podobnie, jeśli $x > a$, to $u(x) = Ce^{ikx}$ i

$$S(x) = -\frac{i\hbar}{2m}\left[C^* e^{-ikx} ikCe^{ikx} - \left(-ikC^* e^{-ikx}\right) Ce^{ikx}\right]$$

Podobnie, jeśli $x > a$, to $u(x) = Ce^{ikx}$ i

$$S(x) = -\frac{i\hbar}{2m}\left[C^* e^{-ikx} ikCe^{ikx} - \left(-ikC^* e^{-ikx}\right) Ce^{ikx}\right]$$

$$=$$

Podobnie, jeśli $x > a$, to $u(x) = Ce^{ikx}$ i

$$\begin{aligned} S(x) &= -\frac{i\hbar}{2m}\left[C^* e^{-ikx} ikCe^{ikx} - \left(-ikC^* e^{-ikx}\right) Ce^{ikx}\right] \\ &= -\frac{i\hbar}{2m}(ik)2|C|^2 = \end{aligned}$$

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

Podobnie, jeśli $x > a$, to $u(x) = Ce^{ikx}$ i

$$
\begin{aligned}
S(x) &= -\frac{i\hbar}{2m}\left[C^* e^{-ikx} ikCe^{ikx} - \left(-ikC^* e^{-ikx}\right) Ce^{ikx}\right] \\
&= -\frac{i\hbar}{2m}(ik)2|C|^2 = \frac{\hbar k}{m}|C|^2 =
\end{aligned}
$$

Podobnie, jeśli $x > a$, to $u(x) = Ce^{ikx}$ i

$$
\begin{aligned}
S(x) &= -\frac{i\hbar}{2m}\left[C^* e^{-ikx} ikCe^{ikx} - \left(-ikC^* e^{-ikx}\right) Ce^{ikx}\right] \\
&= -\frac{i\hbar}{2m}(ik)2|C|^2 = \frac{\hbar k}{m}|C|^2 = v|C|^2.
\end{aligned}
$$

Podobnie, jeśli $x > a$, to $u(x) = Ce^{ikx}$ i

$$\begin{aligned} S(x) &= -\frac{i\hbar}{2m}\left[C^* e^{-ikx} ikCe^{ikx} - \left(-ikC^* e^{-ikx}\right) Ce^{ikx}\right] \\ &= -\frac{i\hbar}{2m}(ik)2|C|^2 = \frac{\hbar k}{m}|C|^2 = v|C|^2. \end{aligned}$$

Widzimy, że prąd prawdopodobieństwa

$$S(x) = \begin{cases} v\left(|A|^2 - |B|^2\right), & x < 0, \\ v|C|^2, & x > a \end{cases}$$

możemy interpretować jako wypadkowy strumień cząstek

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

Widzimy, że prąd prawdopodobieństwa

$$S(x) = \begin{cases} v\left(|A|^2 - |B|^2\right), & x < 0, \\ v|C|^2, & x > a \end{cases}$$

możemy interpretować jako wypadkowy strumień cząstek –
dodatni w kierunku na prawo,

Widzimy, że prąd prawdopodobieństwa

$$S(x) = \begin{cases} v\left(|A|^2 - |B|^2\right), & x < 0, \\ v|C|^2, & x > a \end{cases}$$

możemy interpretować jako wypadkowy strumień cząstek – dodatni w kierunku na prawo, co zgadza się z wcześniejszym stwierdzeniem, że A, B i C są amplitudami fali padającej, odbitej i przechodzącej.

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

Widzimy, że prąd prawdopodobieństwa

$$S(x) = \begin{cases} v\left(|A|^2 - |B|^2\right), & x < 0, \\ v|C|^2, & x > a \end{cases}$$

możemy interpretować jako wypadkowy strumień cząstek – dodatni w kierunku na prawo, co zgadza się z wcześniejszym stwierdzeniem, że A, B i C są amplitudami fali padającej, odbitej i przechodzącej.

Sprawdźmy wymiar $[S(x)]$.

Widzimy, że prąd prawdopodobieństwa

$$S(x) = \begin{cases} v\left(|A|^2 - |B|^2\right), & x < 0, \\ v|C|^2, & x > a \end{cases}$$

możemy interpretować jako wypadkowy strumień cząstek – dodatni w kierunku na prawo, co zgadza się z wcześniejszym stwierdzeniem, że A, B i C są amplitudami fali padającej, odbitej i przechodzącej.
Sprawdźmy wymiar $[S(x)]$.

$$\left[|A|^2\right] = \left[|B|^2\right] = \left[|C|^2\right] \quad =$$

Widzimy, że prąd prawdopodobieństwa

$$S(x) = \begin{cases} v\left(|A|^2 - |B|^2\right), & x < 0, \\ v|C|^2, & x > a \end{cases}$$

możemy interpretować jako wypadkowy strumień cząstek – dodatni w kierunku na prawo, co zgadza się z wcześniejszym stwierdzeniem, że A, B i C są amplitudami fali padającej, odbitej i przechodzącej.

Sprawdźmy wymiar $[S(x)]$.

$$\left[|A|^2\right] = \left[|B|^2\right] = \left[|C|^2\right] \quad = \quad \frac{n}{\text{jedn. obj.}} =$$

Widzimy, że prąd prawdopodobieństwa

$$S(x) = \begin{cases} v\left(|A|^2 - |B|^2\right), & x < 0, \\ v|C|^2, & x > a \end{cases}$$

możemy interpretować jako wypadkowy strumień cząstek – dodatni w kierunku na prawo, co zgadza się z wcześniejszym stwierdzeniem, że A, B i C są amplitudami fali padającej, odbitej i przechodzącej.

Sprawdźmy wymiar $[S(x)]$.

$$\left[|A|^2\right] = \left[|B|^2\right] = \left[|C|^2\right] \quad = \quad \frac{n}{\text{jedn. obj.}} = \frac{n}{(\text{jedn. dł.})^3}$$

Widzimy, że prąd prawdopodobieństwa

$$S(x) = \begin{cases} v\left(|A|^2 - |B|^2\right), & x < 0, \\ v|C|^2, & x > a \end{cases}$$

możemy interpretować jako wypadkowy strumień cząstek – dodatni w kierunku na prawo, co zgadza się z wcześniejszym stwierdzeniem, że A, B i C są amplitudami fali padającej, odbitej i przechodzącej.

Sprawdźmy wymiar $[S(x)]$.

$$\left[|A|^2\right] = \left[|B|^2\right] = \left[|C|^2\right] \quad = \quad \frac{n}{\text{jedn. obj.}} = \frac{n}{(\text{jedn. dł.})^3} \quad \Rightarrow$$

Widzimy, że prąd prawdopodobieństwa

$$S(x) = \begin{cases} v\left(|A|^2 - |B|^2\right), & x < 0, \\ v|C|^2, & x > a \end{cases}$$

możemy interpretować jako wypadkowy strumień cząstek – dodatni w kierunku na prawo, co zgadza się z wcześniejszym stwierdzeniem, że A, B i C są amplitudami fali padającej, odbitej i przechodzącej.

Sprawdźmy wymiar $[S(x)]$.

$$\left[|A|^2\right] = \left[|B|^2\right] = \left[|C|^2\right] \quad = \quad \frac{n}{\text{jedn. obj.}} = \frac{n}{(\text{jedn. dł.})^3} \quad \Rightarrow$$

$[S(x)] =$

Widzimy, że prąd prawdopodobieństwa

$$S(x) = \begin{cases} v\left(|A|^2 - |B|^2\right), & x < 0, \\ v|C|^2, & x > a \end{cases}$$

możemy interpretować jako wypadkowy strumień cząstek – dodatni w kierunku na prawo, co zgadza się z wcześniejszym stwierdzeniem, że A, B i C są amplitudami fali padającej, odbitej i przechodzącej.

Sprawdźmy wymiar $[S(x)]$.

$$\left[|A|^2\right] = \left[|B|^2\right] = \left[|C|^2\right] \quad = \quad \frac{n}{\text{jedn. obj.}} = \frac{n}{(\text{jedn. dł.})^3} \quad \Rightarrow$$

$$[S(x)] = \frac{\text{jedn. dł.}}{\text{jedn. czasu}} \cdot \frac{n}{(\text{jedn. dł.})^3}$$

Widzimy, że prąd prawdopodobieństwa

$$S(x) = \begin{cases} v\left(|A|^2 - |B|^2\right), & x < 0, \\ v|C|^2, & x > a \end{cases}$$

możemy interpretować jako wypadkowy strumień cząstek – dodatni w kierunku na prawo, co zgadza się z wcześniejszym stwierdzeniem, że A, B i C są amplitudami fali padającej, odbitej i przechodzącej.

Sprawdźmy wymiar $[S(x)]$.

$$\left[|A|^2\right] = \left[|B|^2\right] = \left[|C|^2\right] \quad = \quad \frac{n}{\text{jedn. obj.}} = \frac{n}{(\text{jedn. dł.})^3} \quad \Rightarrow$$

$$[S(x)] = \frac{\text{jedn. dł.}}{\text{jedn. czasu}} \cdot \frac{n}{(\text{jedn. dł.})^3} \quad =$$

Widzimy, że prąd prawdopodobieństwa

$$S(x) = \begin{cases} v\left(|A|^2 - |B|^2\right), & x < 0, \\ v|C|^2, & x > a \end{cases}$$

możemy interpretować jako wypadkowy strumień cząstek – dodatni w kierunku na prawo, co zgadza się z wcześniejszym stwierdzeniem, że A, B i C są amplitudami fali padającej, odbitej i przechodzącej.

Sprawdźmy wymiar $[S(x)]$.

$$\left[|A|^2\right] = \left[|B|^2\right] = \left[|C|^2\right] \quad = \quad \frac{n}{\text{jedn. obj.}} = \frac{n}{(\text{jedn. dł.})^3} \quad \Rightarrow$$

$$[S(x)] = \frac{\text{jedn. dł.}}{\text{jedn. czasu}} \cdot \frac{n}{(\text{jedn. dł.})^3} \quad = \quad \frac{n}{(\text{jedn. dł.})^2 \cdot \text{jedn. czasu}}.$$

Widzimy, że prąd prawdopodobieństwa

$$S(x) = \begin{cases} v\left(|A|^2 - |B|^2\right), & x < 0, \\ v|C|^2, & x > a \end{cases}$$

możemy interpretować jako wypadkowy strumień cząstek – dodatni w kierunku na prawo, co zgadza się z wcześniejszym stwierdzeniem, że A, B i C są amplitudami fali padającej, odbitej i przechodzącej.

Sprawdźmy wymiar $[S(x)]$.

$$\left[|A|^2\right] = \left[|B|^2\right] = \left[|C|^2\right] = \frac{n}{\text{jedn. obj.}} = \frac{n}{(\text{jedn. dł.})^3} \Rightarrow$$

$$[S(x)] = \frac{\text{jedn. dł.}}{\text{jedn. czasu}} \cdot \frac{n}{(\text{jedn. dł.})^3} = \frac{n}{(\text{jedn. dł.})^2 \cdot \text{jedn. czasu}}.$$

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

Stosunek

$$\frac{|B|^2}{|A|^2}$$

nazywamy współczynnikiem odbicia, a stosunek

$$\frac{|C|^2}{|A|^2}$$

nazywamy współczynnikiem przejścia przez barierę.

Stosunek

$$\frac{|B|^2}{|A|^2}$$

nazywamy współczynnikiem odbicia, a stosunek

$$\frac{|C|^2}{|A|^2}$$

nazywamy współczynnikiem przejścia przez barierę.

Rozwiązanie równania Schrödingera dla cząstki wewnątrz bariery, $0 < x < a$,

Rozwiązanie równania Schrödingera dla cząstki wewnątrz bariery, $0 < x < a$,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} + V_0 u(x) = E u(x)$$

Rozwiązanie równania Schrödingera dla cząstki wewnątrz bariery, $0 < x < a$,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} + V_0 u(x) = E u(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}\, u(x),$$

Rozwiązanie równania Schrödingera dla cząstki wewnątrz bariery, $0 < x < a$,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} + V_0 u(x) = E u(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}\, u(x),$$

zależy od tego, czy jej energia E jest większa, czy mniejsza od V_0.

Rozwiązanie równania Schrödingera dla cząstki wewnątrz bariery, $0 < x < a$,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} + V_0 u(x) = Eu(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}\, u(x),$$

zależy od tego, czy jej energia E jest większa, czy mniejsza od V_0.
Dla $E > V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 > 0$ rozwiązanie ma postać

Rozwiązanie równania Schrödingera dla cząstki wewnątrz bariery, $0 < x < a$,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\,\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} + V_0 u(x) = E u(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}\, u(x),$$

zależy od tego, czy jej energia E jest większa, czy mniejsza od V_0. Dla $E > V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 > 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{i\alpha x} + Ge^{-i\alpha x},$$

Rozwiązanie równania Schrödingera dla cząstki wewnątrz bariery, $0 < x < a$,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\,\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} + V_0 u(x) = E u(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}\, u(x),$$

zależy od tego, czy jej energia E jest większa, czy mniejsza od V_0. Dla $E > V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 > 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{i\alpha x} + Ge^{-i\alpha x}, \qquad \alpha = \frac{\sqrt{2m(E - V_0)}}{\hbar}.$$

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

Rozwiązanie równania Schrödingera dla cząstki wewnątrz bariery, $0 < x < a$,

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} + V_0 u(x) = Eu(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}^2 u(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}\, u(x),$$

zależy od tego, czy jej energia E jest większa, czy mniejsza od V_0. Dla $E > V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 > 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{i\alpha x} + Ge^{-i\alpha x}, \qquad \alpha = \frac{\sqrt{2m(E - V_0)}}{\hbar}.$$

Natomiast, dla $0 < E < V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 < 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{\beta x} + Ge^{-\beta x},$$

Natomiast, dla $0 < E < V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 < 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{\beta x} + Ge^{-\beta x}, \qquad \beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}.$$

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

Natomiast, dla $0 < E < V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 < 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{\beta x} + Ge^{-\beta x}, \qquad \beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}.$$

Warunki ciągłości funkcji falowej $u(x)$ i jej pochodnej $u'(x)$ w przypadku $E > V_0$ przybierają postać

Natomiast, dla $0 < E < V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 < 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{\beta x} + Ge^{-\beta x}, \qquad \beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}.$$

Warunki ciągłości funkcji falowej $u(x)$ i jej pochodnej $u'(x)$ w przypadku $E > V_0$ przybierają postać

$$u(0) = w(0)$$

Natomiast, dla $0 < E < V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 < 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{\beta x} + Ge^{-\beta x}, \qquad \beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}.$$

Warunki ciągłości funkcji falowej $u(x)$ i jej pochodnej $u'(x)$ w przypadku $E > V_0$ przybierają postać

$$u(0) = w(0) \qquad \Rightarrow$$

Natomiast, dla $0 < E < V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 < 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{\beta x} + Ge^{-\beta x}, \qquad \beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}.$$

Warunki ciągłości funkcji falowej $u(x)$ i jej pochodnej $u'(x)$ w przypadku $E > V_0$ przybierają postać

$$u(0) = w(0) \qquad \Rightarrow \qquad A + B = F + G,$$

Natomiast, dla $0 < E < V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 < 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{\beta x} + Ge^{-\beta x}, \qquad \beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}.$$

Warunki ciągłości funkcji falowej $u(x)$ i jej pochodnej $u'(x)$ w przypadku $E > V_0$ przybierają postać

$$u(0) = w(0) \qquad \Rightarrow \qquad A + B = F + G,$$

$$w(a) = u(a)$$

Natomiast, dla $0 < E < V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 < 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{\beta x} + Ge^{-\beta x}, \qquad \beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}.$$

Warunki ciągłości funkcji falowej $u(x)$ i jej pochodnej $u'(x)$ w przypadku $E > V_0$ przybierają postać

$$\begin{aligned} u(0) = w(0) \quad &\Rightarrow \quad A + B = F + G, \\ w(a) = u(a) \quad &\Rightarrow \end{aligned}$$

Natomiast, dla $0 < E < V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 < 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{\beta x} + Ge^{-\beta x}, \qquad \beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}.$$

Warunki ciągłości funkcji falowej $u(x)$ i jej pochodnej $u'(x)$ w przypadku $E > V_0$ przybierają postać

$$\begin{aligned} u(0) = w(0) \quad &\Rightarrow \quad A + B = F + G, \\ w(a) = u(a) \quad &\Rightarrow \quad Fe^{i\alpha a} + Ge^{-i\alpha a} = Ce^{ika}, \end{aligned}$$

Natomiast, dla $0 < E < V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 < 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{\beta x} + Ge^{-\beta x}, \qquad \beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}.$$

Warunki ciągłości funkcji falowej $u(x)$ i jej pochodnej $u'(x)$ w przypadku $E > V_0$ przybierają postać

$$\begin{aligned} u(0) = w(0) \quad &\Rightarrow \quad A + B = F + G, \\ w(a) = u(a) \quad &\Rightarrow \quad Fe^{i\alpha a} + Ge^{-i\alpha a} = Ce^{ika}, \\ u'(0) = w'(0) \quad & \end{aligned}$$

Natomiast, dla $0 < E < V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 < 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{\beta x} + Ge^{-\beta x}, \qquad \beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}.$$

Warunki ciągłości funkcji falowej $u(x)$ i jej pochodnej $u'(x)$ w przypadku $E > V_0$ przybierają postać

$$\begin{aligned} u(0) = w(0) \qquad &\Rightarrow \qquad A + B = F + G, \\ w(a) = u(a) \qquad &\Rightarrow \qquad Fe^{i\alpha a} + Ge^{-i\alpha a} = Ce^{ika}, \\ u'(0) = w'(0) \qquad &\Rightarrow \end{aligned}$$

Natomiast, dla $0 < E < V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 < 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{\beta x} + Ge^{-\beta x}, \qquad \beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}.$$

Warunki ciągłości funkcji falowej $u(x)$ i jej pochodnej $u'(x)$ w przypadku $E > V_0$ przybierają postać

$$\begin{aligned} u(0) = w(0) \qquad &\Rightarrow \qquad A + B = F + G, \\ w(a) = u(a) \qquad &\Rightarrow \qquad Fe^{i\alpha a} + Ge^{-i\alpha a} = Ce^{ika}, \\ u'(0) = w'(0) \qquad &\Rightarrow \qquad ik(A - B) = i\alpha(F - G), \end{aligned}$$

Natomiast, dla $0 < E < V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 < 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{\beta x} + Ge^{-\beta x}, \qquad \beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}.$$

Warunki ciągłości funkcji falowej $u(x)$ i jej pochodnej $u'(x)$ w przypadku $E > V_0$ przybierają postać

$$\begin{aligned}
u(0) = w(0) \qquad &\Rightarrow \qquad A + B = F + G, \\
w(a) = u(a) \qquad &\Rightarrow \qquad Fe^{i\alpha a} + Ge^{-i\alpha a} = Ce^{ika}, \\
u'(0) = w'(0) \qquad &\Rightarrow \qquad ik(A - B) = i\alpha(F - G), \\
w'(a) = u'(a) \qquad &
\end{aligned}$$

Natomiast, dla $0 < E < V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 < 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{\beta x} + Ge^{-\beta x}, \qquad \beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}.$$

Warunki ciągłości funkcji falowej $u(x)$ i jej pochodnej $u'(x)$ w przypadku $E > V_0$ przybierają postać

$$\begin{aligned} u(0) = w(0) \quad &\Rightarrow \quad A + B = F + G, \\ w(a) = u(a) \quad &\Rightarrow \quad Fe^{i\alpha a} + Ge^{-i\alpha a} = Ce^{ika}, \\ u'(0) = w'(0) \quad &\Rightarrow \quad ik(A - B) = i\alpha(F - G), \\ w'(a) = u'(a) \quad &\Rightarrow \end{aligned}$$

Natomiast, dla $0 < E < V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 < 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{\beta x} + Ge^{-\beta x}, \qquad \beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}.$$

Warunki ciągłości funkcji falowej $u(x)$ i jej pochodnej $u'(x)$ w przypadku $E > V_0$ przybierają postać

$$\begin{aligned}
u(0) = w(0) \quad &\Rightarrow \quad A + B = F + G, \\
w(a) = u(a) \quad &\Rightarrow \quad Fe^{i\alpha a} + Ge^{-i\alpha a} = Ce^{ika}, \\
u'(0) = w'(0) \quad &\Rightarrow \quad ik(A - B) = i\alpha(F - G), \\
w'(a) = u'(a) \quad &\Rightarrow \quad i\alpha\left(Fe^{i\alpha a} - Ge^{-i\alpha a}\right) = ikCe^{ika}.
\end{aligned}$$

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

Natomiast, dla $0 < E < V_0 \quad \Rightarrow \quad E - V_0 < 0$ rozwiązanie ma postać

$$w(x) = Fe^{\beta x} + Ge^{-\beta x}, \qquad \beta = \frac{\sqrt{2m(V_0 - E)}}{\hbar}.$$

Warunki ciągłości funkcji falowej $u(x)$ i jej pochodnej $u'(x)$ w przypadku $E > V_0$ przybierają postać

$$\begin{aligned}
u(0) = w(0) \qquad &\Rightarrow \qquad A + B = F + G, \\
w(a) = u(a) \qquad &\Rightarrow \qquad Fe^{i\alpha a} + Ge^{-i\alpha a} = Ce^{ika}, \\
u'(0) = w'(0) \qquad &\Rightarrow \qquad ik(A - B) = i\alpha(F - G), \\
w'(a) = u'(a) \qquad &\Rightarrow \qquad i\alpha\left(Fe^{i\alpha a} - Ge^{-i\alpha a}\right) = ikCe^{ika}.
\end{aligned}$$

Zadanie. Pokazać, że stąd wynikają następujące związki dla stosunków amplitud

$$\frac{B}{A} = \frac{\left(k^2-\alpha^2\right)\left(1-e^{2i\alpha a}\right)}{(k+\alpha)^2-(k-\alpha)^2\, e^{2i\alpha a}},$$

$$\frac{C}{A} = \frac{4k\alpha e^{i(\alpha-k)a}}{(k+\alpha)^2-(k-\alpha)^2\, e^{2i\alpha a}}$$

i dla współczynników odbicia i przejścia

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 = \left[1+\frac{4k^2\alpha^2}{\left(k^2-\alpha^2\right)^2\sin^2\alpha a}\right]^{-1} = \left[1+\frac{4E(E-V_0)}{V_0^2\sin^2\alpha a}\right]^{-1}$$

$$\left|\frac{C}{A}\right|^2 = \left[1+\frac{\left(k^2-\alpha^2\right)\sin^2\alpha a}{4k^2\alpha^2}\right]^{-1} = \left[1+\frac{V_0^2\sin^2\alpha a}{4E(E-V_0)}\right]^{-1}.$$

Zadanie. Pokazać, że stąd wynikają następujące związki dla stosunków amplitud

$$\begin{aligned}\frac{B}{A} &= \frac{(k^2-\alpha^2)\left(1-e^{2i\alpha a}\right)}{(k+\alpha)^2-(k-\alpha)^2\,e^{2i\alpha a}},\\ \frac{C}{A} &= \frac{4k\alpha e^{i(\alpha-k)a}}{(k+\alpha)^2-(k-\alpha)^2\,e^{2i\alpha a}}\end{aligned}$$

i dla współczynników odbicia i przejścia

$$\begin{aligned}\left|\frac{B}{A}\right|^2 &= \left[1+\frac{4k^2\alpha^2}{(k^2-\alpha^2)^2\sin^2\alpha a}\right]^{-1} = \left[1+\frac{4E(E-V_0)}{V_0^2\sin^2\alpha a}\right]^{-1}\\ \left|\frac{C}{A}\right|^2 &= \left[1+\frac{(k^2-\alpha^2)\sin^2\alpha a}{4k^2\alpha^2}\right]^{-1} = \left[1+\frac{V_0^2\sin^2\alpha a}{4E(E-V_0)}\right]^{-1}.\end{aligned}$$

Zauważmy, że

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 + \left|\frac{C}{A}\right|^2 = 1.$$

Rzeczywiście, oznaczmy $x = \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}$, wtedy

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2$$

Zauważmy, że

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 + \left|\frac{C}{A}\right|^2 = 1.$$

Rzeczywiście, oznaczmy $x = \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}$, wtedy

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 \quad =$$

Zauważmy, że

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 + \left|\frac{C}{A}\right|^2 = 1.$$

Rzeczywićie, oznaczmy $x = \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}$, wtedy

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 = \left[1 + \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}\right]^{-1} =$$

Zauważmy, że

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 + \left|\frac{C}{A}\right|^2 = 1.$$

Rzeczywićie, oznaczmy $x = \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}$, wtedy

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 = \left[1 + \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}\right]^{-1} = \frac{1}{1+x}$$

Zauważmy, że

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 + \left|\frac{C}{A}\right|^2 = 1.$$

Rzeczywiście, oznaczmy $x = \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}$, wtedy

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 = \left[1 + \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}\right]^{-1} = \frac{1}{1+x}$$

$$\left|\frac{C}{A}\right|^2$$

Zauważmy, że

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 + \left|\frac{C}{A}\right|^2 = 1.$$

Rzeczywićie, oznaczmy $x = \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}$, wtedy

$$\begin{aligned} \left|\frac{B}{A}\right|^2 &= \left[1 + \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}\right]^{-1} = \frac{1}{1+x} \\ \left|\frac{C}{A}\right|^2 &= \end{aligned}$$

Zauważmy, że

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 + \left|\frac{C}{A}\right|^2 = 1.$$

Rzeczywiście, oznaczmy $x = \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}$, wtedy

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 = \left[1 + \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}\right]^{-1} = \frac{1}{1+x}$$

$$\left|\frac{C}{A}\right|^2 = \left[1 + \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha a}{4E(E-V_0)}\right]^{-1} =$$

Zauważmy, że

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 + \left|\frac{C}{A}\right|^2 = 1.$$

Rzeczywiście, oznaczmy $x = \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}$, wtedy

$$\begin{aligned} \left|\frac{B}{A}\right|^2 &= \left[1 + \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}\right]^{-1} = \frac{1}{1+x} \\ \left|\frac{C}{A}\right|^2 &= \left[1 + \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha a}{4E(E-V_0)}\right]^{-1} = \frac{1}{1+\frac{1}{x}} \end{aligned}$$

Zauważmy, że

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 + \left|\frac{C}{A}\right|^2 = 1.$$

Rzeczywiście, oznaczmy $x = \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}$, wtedy

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 = \left[1 + \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}\right]^{-1} = \frac{1}{1+x}$$

$$\left|\frac{C}{A}\right|^2 = \left[1 + \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha a}{4E(E-V_0)}\right]^{-1} = \frac{1}{1+\frac{1}{x}}$$

$$\Rightarrow \quad \left|\frac{B}{A}\right|^2$$

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

Zauważmy, że

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 + \left|\frac{C}{A}\right|^2 = 1.$$

Rzeczywiście, oznaczmy $x = \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}$, wtedy

$$\begin{aligned}
\left|\frac{B}{A}\right|^2 &= \left[1 + \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}\right]^{-1} = \frac{1}{1+x} \\
\left|\frac{C}{A}\right|^2 &= \left[1 + \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha a}{4E(E-V_0)}\right]^{-1} = \frac{1}{1+\frac{1}{x}} \\
\Rightarrow \quad \left|\frac{B}{A}\right|^2 &+
\end{aligned}$$

Rozpraszanie na prostokątnej barierze potencjału

Zauważmy, że

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 + \left|\frac{C}{A}\right|^2 = 1.$$

Rzeczywiście, oznaczmy $x = \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}$, wtedy

$$\begin{aligned}
\left|\frac{B}{A}\right|^2 &= \left[1 + \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}\right]^{-1} = \frac{1}{1+x} \\
\left|\frac{C}{A}\right|^2 &= \left[1 + \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha a}{4E(E-V_0)}\right]^{-1} = \frac{1}{1+\frac{1}{x}} \\
\Rightarrow \quad \left|\frac{B}{A}\right|^2 &+ \left|\frac{C}{A}\right|^2 =
\end{aligned}$$

Zauważmy, że

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 + \left|\frac{C}{A}\right|^2 = 1.$$

Rzeczywiście, oznaczmy $x = \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}$, wtedy

$$\begin{aligned}
\left|\frac{B}{A}\right|^2 &= \left[1 + \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}\right]^{-1} = \frac{1}{1+x} \\
\left|\frac{C}{A}\right|^2 &= \left[1 + \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha a}{4E(E-V_0)}\right]^{-1} = \frac{1}{1+\frac{1}{x}} \\
\Rightarrow \quad \left|\frac{B}{A}\right|^2 &+ \left|\frac{C}{A}\right|^2 = \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+\frac{1}{x}} =
\end{aligned}$$

Zauważmy, że

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 + \left|\frac{C}{A}\right|^2 = 1.$$

Rzeczywićie, oznaczmy $x = \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}$, wtedy

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 = \left[1 + \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}\right]^{-1} = \frac{1}{1+x}$$

$$\left|\frac{C}{A}\right|^2 = \left[1 + \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha a}{4E(E-V_0)}\right]^{-1} = \frac{1}{1+\frac{1}{x}}$$

$$\Rightarrow \quad \left|\frac{B}{A}\right|^2 + \left|\frac{C}{A}\right|^2 = \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+\frac{1}{x}} = \frac{1}{1+x} + \frac{x}{x+1} =$$

Zauważmy, że

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 + \left|\frac{C}{A}\right|^2 = 1.$$

Rzeczywićie, oznaczmy $x = \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}$, wtedy

$$\begin{aligned}
\left|\frac{B}{A}\right|^2 &= \left[1 + \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}\right]^{-1} = \frac{1}{1+x} \\
\left|\frac{C}{A}\right|^2 &= \left[1 + \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha a}{4E(E-V_0)}\right]^{-1} = \frac{1}{1+\frac{1}{x}} \\
\Rightarrow \quad \left|\frac{B}{A}\right|^2 &+ \left|\frac{C}{A}\right|^2 = \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+\frac{1}{x}} = \frac{1}{1+x} + \frac{x}{x+1} = 1.
\end{aligned}$$

Zauważmy, że

$$\left|\frac{B}{A}\right|^2 + \left|\frac{C}{A}\right|^2 = 1.$$

Rzeczywiście, oznaczmy $x = \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}$, wtedy

$$\begin{aligned}
\left|\frac{B}{A}\right|^2 &= \left[1 + \frac{4E(E-V_0)}{V_0^2 \sin^2 \alpha a}\right]^{-1} = \frac{1}{1+x} \\
\left|\frac{C}{A}\right|^2 &= \left[1 + \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha a}{4E(E-V_0)}\right]^{-1} = \frac{1}{1+\frac{1}{x}} \\
\Rightarrow \quad \left|\frac{B}{A}\right|^2 &+ \left|\frac{C}{A}\right|^2 = \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+\frac{1}{x}} = \frac{1}{1+x} + \frac{x}{x+1} = 1.
\end{aligned}$$

Zadanie. Pokazać, że jeśli $E \longrightarrow V_0$, to

$$\left|\frac{C}{A}\right|^2 \to \left(1 + \frac{mV_0 a^2}{2\hbar^2}\right)^{-1},$$

natomiast dla $E < V_0$ otrzymamy

$$\left|\frac{C}{A}\right|^2 = \left[1 + \frac{V_0^2 \sinh^2 \beta a}{4E(V_0 - E)}\right]^{-1}.$$

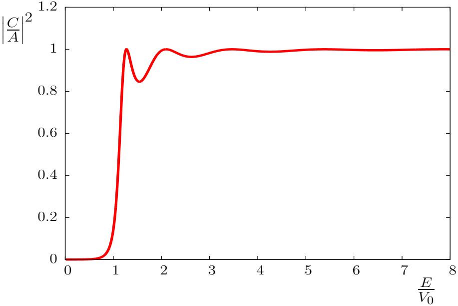
Zadanie. Pokazać, że jeśli $E \longrightarrow V_0$, to

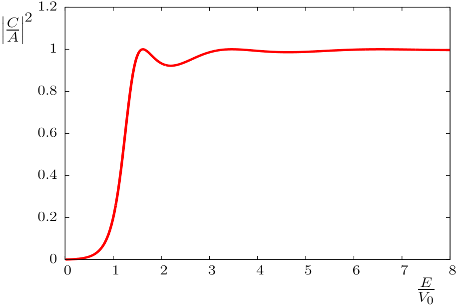
$$\left|\frac{C}{A}\right|^2 \to \left(1 + \frac{mV_0 a^2}{2\hbar^2}\right)^{-1},$$

natomiast dla $E < V_0$ otrzymamy

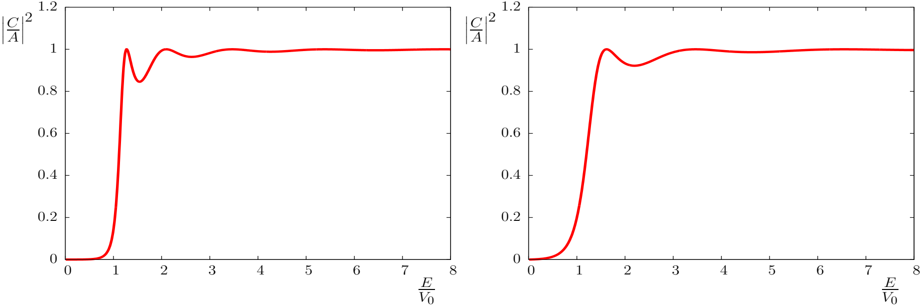
$$\left|\frac{C}{A}\right|^2 = \left[1 + \frac{V_0^2 \sinh^2 \beta a}{4E(V_0 - E)}\right]^{-1}.$$

Współczynnik przejścia przez barierę dla $\frac{mV_0a^2}{\hbar^2} = 18$ i $\frac{mV_0a^2}{\hbar^2} = 8$.



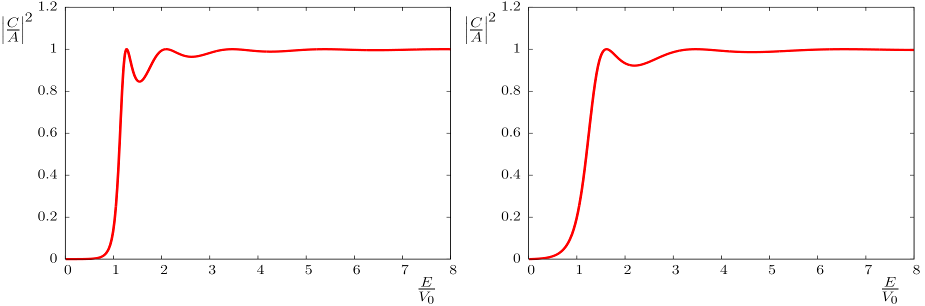


Współczynnik przejścia przez barierę dla $\frac{mV_0a^2}{\hbar^2} = 18$ i $\frac{mV_0a^2}{\hbar^2} = 8$.



Widzimy, że współczynnik przejścia jest niezerowy nawet jeśli $E < V_0$.

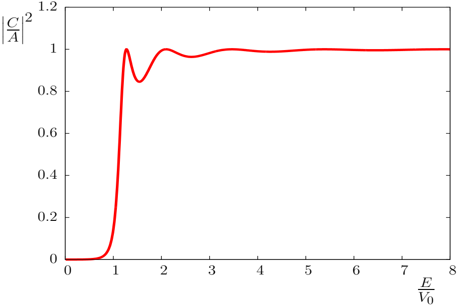
Współczynnik przejścia przez barierę dla $\frac{mV_0 a^2}{\hbar^2} = 18$ i $\frac{mV_0 a^2}{\hbar^2} = 8$.

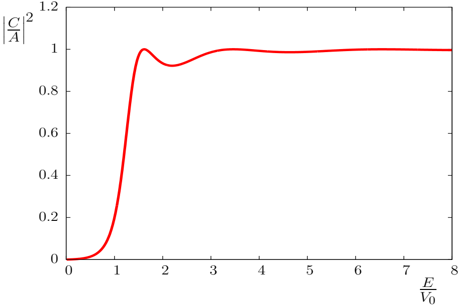


Widzimy, że współczynnik przejścia jest niezerowy nawet jeśli $E < V_0$.

Mamy wtedy do czynienia z tzw. tunelowaniem cząstki przez barierę potencjału.

Współczynnik przejścia przez barierę dla $\frac{mV_0a^2}{\hbar^2} = 18$ i $\frac{mV_0a^2}{\hbar^2} = 8$.





Widzimy, że współczynnik przejścia jest niezerowy nawet jeśli $E < V_0$.

Mamy wtedy do czynienia z tzw. tunelowaniem cząstki przez barierę potencjału.

Zjawisko tunelowania nie ma analogu w fizyce klasycznej.

Natomiast w fizyce kwantowej jest dość powszechne.

Zjawisko tunelowania nie ma analogu w fizyce klasycznej. Natomiast w fizyce kwantowej jest dość powszechne. Np. rozpady α jąder atomowych są możliwe tylko dzięki zjawisku tunelowania.

Zjawisko tunelowania nie ma analogu w fizyce klasycznej. Natomiast w fizyce kwantowej jest dość powszechne. Np. rozpady α jąder atomowych są możliwe tylko dzięki zjawisku tunelowania. Jeżeli współczynnik przejścia jest równy 1, to przejście przez barierę jest idealne.

Zjawisko tunelowania nie ma analogu w fizyce klasycznej. Natomiast w fizyce kwantowej jest dość powszechne. Np. rozpady α jąder atomowych są możliwe tylko dzięki zjawisku tunelowania. Jeżeli współczynnik przejścia jest równy 1, to przejście przez barierę jest idealne.

Przyrównajmy do 1 współczynnik przejścia dla $E > V_0$

$$\left|\frac{C}{A}\right|^2 = \left[1 + \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha a}{4E(E - V_0)}\right]^{-1} = 1.$$

Zjawisko tunelowania nie ma analogu w fizyce klasycznej. Natomiast w fizyce kwantowej jest dość powszechne. Np. rozpady α jąder atomowych są możliwe tylko dzięki zjawisku tunelowania. Jeżeli współczynnik przejścia jest równy 1, to przejście przez barierę jest idealne.

Przyrównajmy do 1 współczynnik przejścia dla $E > V_0$

$$\left|\frac{C}{A}\right|^2 = \left[1 + \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha a}{4E(E - V_0)}\right]^{-1} = 1.$$

Równość ta jest spełniona dla $\alpha a = \pi, 2\pi, \ldots$.

Zjawisko tunelowania nie ma analogu w fizyce klasycznej. Natomiast w fizyce kwantowej jest dość powszechne. Np. rozpady α jąder atomowych są możliwe tylko dzięki zjawisku tunelowania. Jeżeli współczynnik przejścia jest równy 1, to przejście przez barierę jest idealne.
Przyrównajmy do 1 współczynnik przejścia dla $E > V_0$

$$\left|\frac{C}{A}\right|^2 = \left[1 + \frac{V_0^2 \sin^2 \alpha a}{4E(E - V_0)}\right]^{-1} = 1.$$

Równość ta jest spełniona dla $\alpha a = \pi, 2\pi, \ldots.$

Rozpraszanie w trzech wymiarach

Przypadek stacjonarnego rozpraszania w trzech wymiarach jest bardziej skomplikowany.

Załóżmy, że cząstka o określonym pędzie, równoległym do osi Oz,

Przypadek stacjonarnego rozpraszania w trzech wymiarach jest bardziej skomplikowany.
Załóżmy, że cząstka o określonym pędzie, równoległym do osi Oz, $\vec{p} = \hbar\vec{k} = [0, 0, \hbar k]$,

Przypadek stacjonarnego rozpraszania w trzech wymiarach jest bardziej skomplikowany.

Załóżmy, że cząstka o określonym pędzie, równoległym do osi Oz, $\vec{p} = \hbar\vec{k} = [0, 0, \hbar k]$, rozprasza się na stacjonarnym centrum rozproszeniowym reprezentowanym przez potencjał $V(\vec{r})$.

Przypadek stacjonarnego rozpraszania w trzech wymiarach jest bardziej skomplikowany.
Załóżmy, że cząstka o określonym pędzie, równoległym do osi Oz, $\vec{p} = \hbar\vec{k} = [0, 0, \hbar k]$, rozprasza się na stacjonarnym centrum rozproszeniowym reprezentowanym przez potencjał $V(\vec{r})$.
Wtedy dla $r \to \infty$ otrzymamy asymptotyczne rozwiązanie bezczasowego równania Schrödingera

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 u(\vec{r}) + V(\vec{r})\, u(\vec{r}) = Eu(\vec{r})$$

Przypadek stacjonarnego rozpraszania w trzech wymiarach jest bardziej skomplikowany.
Załóżmy, że cząstka o określonym pędzie, równoległym do osi Oz, $\vec{p} = \hbar\vec{k} = [0, 0, \hbar k]$, rozprasza się na stacjonarnym centrum rozproszeniowym reprezentowanym przez potencjał $V(\vec{r})$.
Wtedy dla $r \to \infty$ otrzymamy asymptotyczne rozwiązanie bezczasowego równania Schrödingera

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 u(\vec{r}) + V(\vec{r})\,u(\vec{r}) = Eu(\vec{r})$$

następującej postaci

$$u(\vec{r}) = u(r, \theta, \varphi)$$

następującej postaci

$$u(\vec{r}) = u(r,\theta,\varphi) = A\left[e^{ikz} + \frac{f(\theta,\varphi)}{r}e^{ikr}\right],$$

następującej postaci

$$u(\vec{r}) = u(r, \theta, \varphi) = A\left[e^{ikz} + \frac{f(\theta, \varphi)}{r} e^{ikr}\right],$$

gdzie pierwszy wyraz po prawej stronie reprezentuje falę padającą,

następującej postaci

$$u(\vec{r}) = u(r,\theta,\varphi) = A\left[e^{ikz} + \frac{f(\theta,\varphi)}{r}e^{ikr}\right],$$

gdzie pierwszy wyraz po prawej stronie reprezentuje falę padającą, a drugi – falę rozproszoną – odbiegającą radialnie do nieskończoności,

następującej postaci

$$u(\vec{r}) = u(r, \theta, \varphi) = A \left[e^{ikz} + \frac{f(\theta, \varphi)}{r} e^{ikr} \right],$$

gdzie pierwszy wyraz po prawej stronie reprezentuje falę padającą, a drugi – falę rozproszoną – odbiegającą radialnie do nieskończoności, której amplituda $Af(\theta, \varphi)$ jest dowolną funkcją zmiennych kątowych.

następującej postaci

$$u(\vec{r}) = u(r, \theta, \varphi) = A\left[e^{ikz} + \frac{f(\theta, \varphi)}{r} e^{ikr}\right],$$

gdzie pierwszy wyraz po prawej stronie reprezentuje falę padającą, a drugi – falę rozproszoną – odbiegającą radialnie do nieskończoności, której amplituda $Af(\theta, \varphi)$ jest dowolną funkcją zmiennych kątowych.

Czynnik $\sim \frac{1}{r}$ pojawia się, gdyż strumień cząstek rozproszonych musi maleć z kwadratem odległości od centrum rozproszenia.

następującej postaci

$$u(\vec{r}) = u(r, \theta, \varphi) = A\left[e^{ikz} + \frac{f(\theta, \varphi)}{r} e^{ikr}\right],$$

gdzie pierwszy wyraz po prawej stronie reprezentuje falę padającą, a drugi – falę rozproszoną – odbiegającą radialnie do nieskończoności, której amplituda $Af(\theta, \varphi)$ jest dowolną funkcją zmiennych kątowych.
Czynnik $\sim \frac{1}{r}$ pojawia się, gdyż strumień cząstek rozproszonych musi maleć z kwadratem odległości od centrum rozproszenia.
Zauważmy, że funkcja $f(\theta, \varphi)$ ma wymiar długości.

następującej postaci

$$u(\vec{r}) = u(r,\theta,\varphi) = A\left[e^{ikz} + \frac{f(\theta,\varphi)}{r}e^{ikr}\right],$$

gdzie pierwszy wyraz po prawej stronie reprezentuje falę padającą, a drugi – falę rozproszoną – odbiegającą radialnie do nieskończoności, której amplituda $Af(\theta,\varphi)$ jest dowolną funkcją zmiennych kątowych.
Czynnik $\sim \frac{1}{r}$ pojawia się, gdyż strumień cząstek rozproszonych musi maleć z kwadratem odległości od centrum rozproszenia.
Zauważmy, że funkcja $f(\theta,\varphi)$ ma wymiar długości.

Zadanie. Korzystając z powyższej postaci asymptotycznej funkcji $u(r, \theta, \varphi)$ pokazać, że wiodący przy $r \to \infty$ wyraz w strumieniu cząstek rozproszonych ma postać

$$\frac{v|A|^2 \, |f(\theta, \varphi)|^2}{r^2}, \quad \text{gdzie} \quad v = \frac{\hbar k}{m}.$$

Przekrój czynny

Podstawową wielkością mierzoną w procesach rozpraszania jest przekrój czynny.

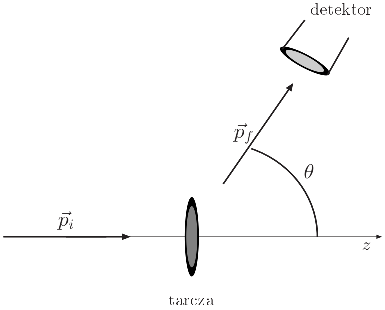
Rozważmy wiązkę cząstek padających na tarczę, którą w opisie teoretycznym reprezentujemy przez potencjał rozpraszający $V(\vec{r})$.

Przekrój czynny

Podstawową wielkością mierzoną w procesach rozpraszania jest przekrój czynny.

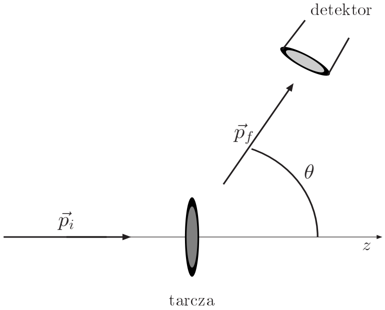
Rozważmy wiązkę cząstek padających na tarczę, którą w opisie teoretycznym reprezentujemy przez potencjał rozpraszający $V(\vec{r})$.

Przekrój czynny



Zakładamy, że każda cząstka ma dobrze określony pęd początkowy $\vec{p}_i$, skierowany wzdłuż osi Oz.

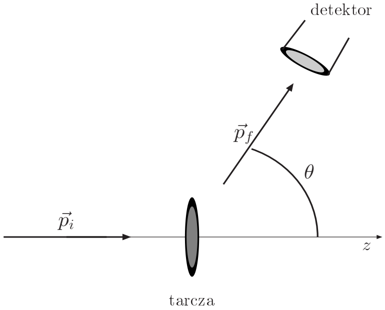
Przekrój czynny



Zakładamy, że każda cząstka ma dobrze określony pęd początkowy $\vec{p}_i$, skierowany wzdłuż osi Oz.

Pod wpływem oddziaływania z tarczą pęd cząstki ulega zmianie.

Przekrój czynny

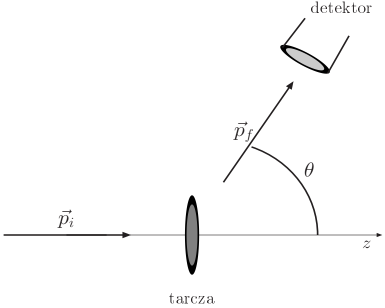


Zakładamy, że każda cząstka ma dobrze określony pęd początkowy $\vec{p}_i$, skierowany wzdłuż osi Oz.

Pod wpływem oddziaływania z tarczą pęd cząstki ulega zmianie.

Cząstka rozproszona zostanie zarejestrowana w detektorze, jeśli jej pęd będzie bliski $\vec{p}_f$.

Przekrój czynny



Zakładamy, że każda cząstka ma dobrze określony pęd początkowy $\vec{p}_i$, skierowany wzdłuż osi Oz.
Pod wpływem oddziaływania z tarczą pęd cząstki ulega zmianie.
Cząstka rozproszona zostanie zarejestrowana w detektorze, jeśli jej pęd będzie bliski $\vec{p}_f$.

Przekrój czynny

Cząstki wiązki padającej są niezależne, tzn. nie oddziałują ze sobą.

Przekrój czynny

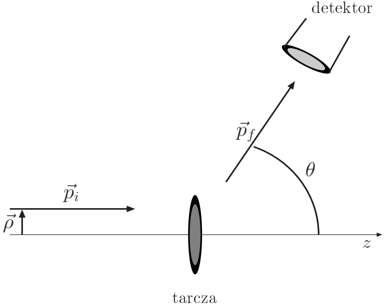
Cząstki wiązki padającej są niezależne, tzn. nie oddziałują ze sobą. Ponadto nie jesteśmy w stanie odróżnić cząstek o pędzie przesuniętym równolegle o dowolny wektor $\vec{\rho}$ prostopadły do osi Oz,

Przekrój czynny

Cząstki wiązki padającej są niezależne, tzn. nie oddziałują ze sobą. Ponadto nie jesteśmy w stanie odróżnić cząstek o pędzie przesuniętym równolegle o dowolny wektor $\vec{\rho}$ prostopadły do osi Oz, nazywany zwykle parametrem zderzenia.

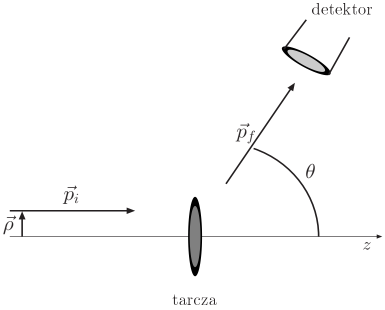
Przekrój czynny

Cząstki wiązki padającej są niezależne, tzn. nie oddziałują ze sobą. Ponadto nie jesteśmy w stanie odróżnić cząstek o pędzie przesuniętym równolegle o dowolny wektor $\vec{\rho}$ prostopadły do osi Oz, nazywany zwykle parametrem zderzenia.



Przekrój czynny

Cząstki wiązki padającej są niezależne, tzn. nie oddziałują ze sobą. Ponadto nie jesteśmy w stanie odróżnić cząstek o pędzie przesuniętym równolegle o dowolny wektor $\vec{\rho}$ prostopadły do osi Oz, nazywany zwykle parametrem zderzenia.



Przekrój czynny

Dlatego liczba cząstek N_D zarejestrowanych w detektorze będzie proporcjonalna do strumienia cząstek n przechodzącego przez powierzchnię prostopadłą do wektora $\vec{p}_i$

$$N_D = \sigma(\Delta\Omega)n.$$

Przekrój czynny

Dlatego liczba cząstek N_D zarejestrowanych w detektorze będzie proporcjonalna do strumienia cząstek n przechodzącego przez powierzchnię prostopadłą do wektora $\vec{p}_i$

$$N_D = \sigma(\Delta\Omega)n.$$

Współczynnik proporcjonalności $\sigma(\Delta\Omega)$ określający prawdopodobieństwo rozproszenia cząstki do elementu kąta bryłowego $\Delta\Omega$ pokrywanego przez detektor nazywamy różniczkowym przekrojem czynnym.

Przekrój czynny

Dlatego liczba cząstek N_D zarejestrowanych w detektorze będzie proporcjonalna do strumienia cząstek n przechodzącego przez powierzchnię prostopadłą do wektora $\vec{p}_i$

$$N_D = \sigma(\Delta\Omega)n.$$

Współczynnik proporcjonalności $\sigma(\Delta\Omega)$ określający prawdopodobieństwo rozproszenia cząstki do elementu kąta bryłowego $\Delta\Omega$ pokrywanego przez detektor nazywamy różniczkowym przekrojem czynnym.

Często piszemy

$$\sigma(\Delta\Omega) \equiv \frac{\mathrm{d}\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\Omega}\,\mathrm{d}\Omega,$$

Przekrój czynny

Dlatego liczba cząstek N_D zarejestrowanych w detektorze będzie proporcjonalna do strumienia cząstek n przechodzącego przez powierzchnię prostopadłą do wektora $\vec{p}_i$

$$N_D = \sigma(\Delta\Omega)n.$$

Współczynnik proporcjonalności $\sigma(\Delta\Omega)$ określający prawdopodobieństwo rozproszenia cząstki do elementu kąta bryłowego $\Delta\Omega$ pokrywanego przez detektor nazywamy różniczkowym przekrojem czynnym.
Często piszemy

$$\sigma(\Delta\Omega) \equiv \frac{\mathrm{d}\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\Omega}\,\mathrm{d}\Omega,$$

gdzie $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}$ jest różniczkowym przekrojem czynnym

Przekrój czynny

Dlatego liczba cząstek N_D zarejestrowanych w detektorze będzie proporcjonalna do strumienia cząstek n przechodzącego przez powierzchnię prostopadłą do wektora $\vec{p}_i$

$$N_D = \sigma(\Delta\Omega) n.$$

Współczynnik proporcjonalności $\sigma(\Delta\Omega)$ określający prawdopodobieństwo rozproszenia cząstki do elementu kąta bryłowego $\Delta\Omega$ pokrywanego przez detektor nazywamy różniczkowym przekrojem czynnym.
Często piszemy

$$\sigma(\Delta\Omega) \equiv \frac{\mathrm{d}\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\Omega}\, \mathrm{d}\Omega,$$

gdzie $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}$ jest różniczkowym przekrojem czynnym

określającym gęstość prawdopodobieństwa rozproszenia cząstki do kąta bryłowego zawartego w przedziale $(\Omega, \Omega + \mathrm{d}\Omega)$ w pojedynczym akcie zderzenia.

Przeanalizujmy wymiary we wzorze $N_D = \sigma(\Delta\Omega)n$.

Przekrój czynny

określającym gęstość prawdopodobieństwa rozproszenia cząstki do kąta bryłowego zawartego w przedziale $(\Omega, \Omega + \mathrm{d}\Omega)$ w pojedynczym akcie zderzenia.

Przeanalizujmy wymiary we wzorze $N_D = \sigma(\Delta\Omega)n$.

N_D jest bezwymiarowe,

Przekrój czynny

określającym gęstość prawdopodobieństwa rozproszenia cząstki do kąta bryłowego zawartego w przedziale $(\Omega, \Omega + \mathrm{d}\Omega)$ w pojedynczym akcie zderzenia.

Przeanalizujmy wymiary we wzorze $N_D = \sigma(\Delta\Omega)n$.

N_D jest bezwymiarowe, a strumień cząstek padających ma wymiar

$$[n] = \frac{1}{\text{powierzchnia}}$$

Przekrój czynny

określającym gęstość prawdopodobieństwa rozproszenia cząstki do kąta bryłowego zawartego w przedziale $(\Omega, \Omega + \mathrm{d}\Omega)$ w pojedynczym akcie zderzenia.
Przeanalizujmy wymiary we wzorze $N_D = \sigma(\Delta\Omega)n$.
N_D jest bezwymiarowe, a strumień cząstek padających ma wymiar

$$[n] = \frac{1}{\text{powierzchnia}} \quad \Rightarrow \quad [\sigma] = \text{powierzchnia.}$$

Przekrój czynny

określającym gęstość prawdopodobieństwa rozproszenia cząstki do kąta bryłowego zawartego w przedziale $(\Omega, \Omega + \mathrm{d}\Omega)$ w pojedynczym akcie zderzenia.

Przeanalizujmy wymiary we wzorze $N_D = \sigma(\Delta\Omega)n$.

N_D jest bezwymiarowe, a strumień cząstek padających ma wymiar

$$[n] = \frac{1}{\text{powierzchnia}} \quad \Rightarrow \quad [\sigma] = \text{powierzchnia}.$$

Widzimy, że przekrój czynny ma wymiar powierzchni.

Przekrój czynny

określającym gęstość prawdopodobieństwa rozproszenia cząstki do kąta bryłowego zawartego w przedziale $(\Omega, \Omega + \mathrm{d}\Omega)$ w pojedynczym akcie zderzenia.

Przeanalizujmy wymiary we wzorze $N_D = \sigma(\Delta\Omega)n$.

N_D jest bezwymiarowe, a strumień cząstek padających ma wymiar

$$[n] = \frac{1}{\text{powierzchnia}} \quad \Rightarrow \quad [\sigma] = \text{powierzchnia}.$$

Widzimy, że przekrój czynny ma wymiar powierzchni.

Jednostką przekroju czynnego jest 1 barn, w skrócie piszemy 1 b.

określającym gęstość prawdopodobieństwa rozproszenia cząstki do kąta bryłowego zawartego w przedziale $(\Omega, \Omega + \mathrm{d}\Omega)$ w pojedynczym akcie zderzenia.

Przeanalizujmy wymiary we wzorze $N_D = \sigma(\Delta\Omega)n$.

N_D jest bezwymiarowe, a strumień cząstek padających ma wymiar

$$[n] = \frac{1}{\text{powierzchnia}} \quad \Rightarrow \quad [\sigma] = \text{powierzchnia}.$$

Widzimy, że przekrój czynny ma wymiar powierzchni.

Jednostką przekroju czynnego jest 1 barn, w skrócie piszemy 1 b.

$$1\ \mathrm{b} = 10^{-24}\mathrm{cm}^2$$

określającym gęstość prawdopodobieństwa rozproszenia cząstki do kąta bryłowego zawartego w przedziale $(\Omega, \Omega + \mathrm{d}\Omega)$ w pojedynczym akcie zderzenia.

Przeanalizujmy wymiary we wzorze $N_D = \sigma(\Delta\Omega)n$.

N_D jest bezwymiarowe, a strumień cząstek padających ma wymiar

$$[n] = \frac{1}{\text{powierzchnia}} \quad \Rightarrow \quad [\sigma] = \text{powierzchnia}.$$

Widzimy, że przekrój czynny ma wymiar powierzchni.

Jednostką przekroju czynnego jest 1 barn, w skrócie piszemy 1 b.

$$1 \text{ b} = 10^{-24}\text{cm}^2 = 10^{-28}\text{m}^2.$$

określającym gęstość prawdopodobieństwa rozproszenia cząstki do kąta bryłowego zawartego w przedziale $(\Omega, \Omega + \mathrm{d}\Omega)$ w pojedynczym akcie zderzenia.

Przeanalizujmy wymiary we wzorze $N_D = \sigma(\Delta\Omega)n$.

N_D jest bezwymiarowe, a strumień cząstek padających ma wymiar

$$[n] = \frac{1}{\text{powierzchnia}} \quad \Rightarrow \quad [\sigma] = \text{powierzchnia}.$$

Widzimy, że przekrój czynny ma wymiar powierzchni.

Jednostką przekroju czynnego jest 1 barn, w skrócie piszemy 1 b.

$$1\ \mathrm{b} = 10^{-24}\mathrm{cm}^2 = 10^{-28}\mathrm{m}^2.$$

Przekrój czynny

W praktyce stosuje się jednak podwielokrotności tej jednostki

$$1\ \mathrm{mb} \quad = \quad 10^{-3}\ \mathrm{b},$$

Przekrój czynny

W praktyce stosuje się jednak podwielokrotności tej jednostki

$$1\ \mathrm{mb} = 10^{-3}\ \mathrm{b},$$

$$1\ \mu\mathrm{b}$$

W praktyce stosuje się jednak podwielokrotności tej jednostki

$$
\begin{aligned}
1\,\mathrm{mb} &= 10^{-3}\,\mathrm{b}, \\
1\,\mu\mathrm{b} &=
\end{aligned}
$$

Przekrój czynny

W praktyce stosuje się jednak podwielokrotności tej jednostki

$$\begin{aligned} 1\,\mathrm{mb} &= 10^{-3}\,\mathrm{b}, \\ 1\,\mu\mathrm{b} &= 10^{-6}\,\mathrm{b}, \end{aligned}$$

Przekrój czynny

W praktyce stosuje się jednak podwielokrotności tej jednostki

$$
\begin{aligned}
1\ \mathrm{mb} &= 10^{-3}\ \mathrm{b}, \\
1\ \mu\mathrm{b} &= 10^{-6}\ \mathrm{b}, \\
1\ \mathrm{nb} &
\end{aligned}
$$

Przekrój czynny

W praktyce stosuje się jednak podwielokrotności tej jednostki

$$
\begin{aligned}
1\,\mathrm{mb} &= 10^{-3}\,\mathrm{b},\\
1\,\mu\mathrm{b} &= 10^{-6}\,\mathrm{b},\\
1\,\mathrm{nb} &=
\end{aligned}
$$

Przekrój czynny

W praktyce stosuje się jednak podwielokrotności tej jednostki

$$
\begin{aligned}
1\,\mathrm{mb} &= 10^{-3}\,\mathrm{b},\\
1\,\mu\mathrm{b} &= 10^{-6}\,\mathrm{b},\\
1\,\mathrm{nb} &= 10^{-9}\,\mathrm{b},
\end{aligned}
$$

Przekrój czynny

W praktyce stosuje się jednak podwielokrotności tej jednostki

$$
\begin{aligned}
1\ \mathrm{mb} &= 10^{-3}\ \mathrm{b}, \\
1\ \mu\mathrm{b} &= 10^{-6}\ \mathrm{b}, \\
1\ \mathrm{nb} &= 10^{-9}\ \mathrm{b}, \\
1\ \mathrm{pb} &
\end{aligned}
$$

Przekrój czynny

W praktyce stosuje się jednak podwielokrotności tej jednostki

$$\begin{aligned} 1\,\mathrm{mb} &= 10^{-3}\,\mathrm{b}, \\ 1\,\mu\mathrm{b} &= 10^{-6}\,\mathrm{b}, \\ 1\,\mathrm{nb} &= 10^{-9}\,\mathrm{b}, \\ 1\,\mathrm{pb} &= \end{aligned}$$

Przekrój czynny

W praktyce stosuje się jednak podwielokrotności tej jednostki

$$
\begin{aligned}
1\,\mathrm{mb} &= 10^{-3}\,\mathrm{b}, \\
1\,\mu\mathrm{b} &= 10^{-6}\,\mathrm{b}, \\
1\,\mathrm{nb} &= 10^{-9}\,\mathrm{b}, \\
1\,\mathrm{pb} &= 10^{-12}\,\mathrm{b},
\end{aligned}
$$

Przekrój czynny

W praktyce stosuje się jednak podwielokrotności tej jednostki

$$
\begin{aligned}
1\ \mathrm{mb} &= 10^{-3}\ \mathrm{b}, \\
1\ \mu\mathrm{b} &= 10^{-6}\ \mathrm{b}, \\
1\ \mathrm{nb} &= 10^{-9}\ \mathrm{b}, \\
1\ \mathrm{pb} &= 10^{-12}\ \mathrm{b}, \\
1\ \mathrm{fb} &
\end{aligned}
$$

Przekrój czynny

W praktyce stosuje się jednak podwielokrotności tej jednostki

$$\begin{aligned} 1\ \mathrm{mb} &= 10^{-3}\ \mathrm{b}, \\ 1\ \mu\mathrm{b} &= 10^{-6}\ \mathrm{b}, \\ 1\ \mathrm{nb} &= 10^{-9}\ \mathrm{b}, \\ 1\ \mathrm{pb} &= 10^{-12}\ \mathrm{b}, \\ 1\ \mathrm{fb} &= \end{aligned}$$

Przekrój czynny

W praktyce stosuje się jednak podwielokrotności tej jednostki

$$\begin{aligned} 1\ \mathrm{mb} &= 10^{-3}\ \mathrm{b}, \\ 1\ \mu\mathrm{b} &= 10^{-6}\ \mathrm{b}, \\ 1\ \mathrm{nb} &= 10^{-9}\ \mathrm{b}, \\ 1\ \mathrm{pb} &= 10^{-12}\ \mathrm{b}, \\ 1\ \mathrm{fb} &= 10^{-15}\ \mathrm{b}. \end{aligned}$$

Przekrój czynny

W praktyce stosuje się jednak podwielokrotności tej jednostki

$$\begin{aligned} 1\ \mathrm{mb} &= 10^{-3}\ \mathrm{b}, \\ 1\ \mu\mathrm{b} &= 10^{-6}\ \mathrm{b}, \\ 1\ \mathrm{nb} &= 10^{-9}\ \mathrm{b}, \\ 1\ \mathrm{pb} &= 10^{-12}\ \mathrm{b}, \\ 1\ \mathrm{fb} &= 10^{-15}\ \mathrm{b}. \end{aligned}$$

Całkowity przekrój czynny

$$\sigma = \int_0^{4\pi} \frac{\mathrm{d}\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\Omega}\,\mathrm{d}\Omega = \int_0^{\pi} \sin\theta \mathrm{d}\theta \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi\, \frac{\mathrm{d}^2\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi}$$

$$= \int_{-1}^{1} \mathrm{d}\cos\theta \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi\, \frac{\mathrm{d}^2\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\cos\theta \mathrm{d}\varphi}$$

Całkowity przekrój czynny

$$
\begin{aligned}
\sigma &= \int_0^{4\pi} \frac{\mathrm{d}\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\Omega}\,\mathrm{d}\Omega = \int_0^{\pi} \sin\theta \mathrm{d}\theta \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi \, \frac{\mathrm{d}^2\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi} \\
&= \int_{-1}^{1} \mathrm{d}\cos\theta \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi \, \frac{\mathrm{d}^2\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\cos\theta \mathrm{d}\varphi}
\end{aligned}
$$

określa prawdopodobieństwo rozproszenia cząstki na tarczy,

Całkowity przekrój czynny

$$\begin{aligned}\sigma &= \int\limits_0^{4\pi} \frac{\mathrm{d}\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\Omega}\,\mathrm{d}\Omega = \int\limits_0^{\pi} \sin\theta \mathrm{d}\theta \int\limits_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi\, \frac{\mathrm{d}^2\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi} \\ &= \int\limits_{-1}^{1} \mathrm{d}\cos\theta \int\limits_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi\, \frac{\mathrm{d}^2\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\cos\theta \mathrm{d}\varphi}\end{aligned}$$

określa prawdopodobieństwo rozproszenia cząstki na tarczy, która sama na ogół jest cząstką.

Całkowity przekrój czynny

$$\sigma = \int_0^{4\pi} \frac{\mathrm{d}\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\Omega}\, \mathrm{d}\Omega = \int_0^{\pi} \sin\theta \mathrm{d}\theta \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi\, \frac{\mathrm{d}^2\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi}$$
$$= \int_{-1}^{1} \mathrm{d}\cos\theta \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi\, \frac{\mathrm{d}^2\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\cos\theta \mathrm{d}\varphi}$$

określa prawdopodobieństwo rozproszenia cząstki na tarczy, która sama na ogół jest cząstką.

W przypadku klasycznym, gdy cząstki traktujemy jako korpuskuły, całkowity przekrój czynny jest po prostu powierzchnią tarczy prostopadłą do kierunku padających cząstek,

Przekrój czynny

Całkowity przekrój czynny

$$\sigma = \int_0^{4\pi} \frac{\mathrm{d}\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\Omega}\,\mathrm{d}\Omega = \int_0^{\pi} \sin\theta \mathrm{d}\theta \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi\, \frac{\mathrm{d}^2\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi}$$

$$= \int_{-1}^{1} \mathrm{d}\cos\theta \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi\, \frac{\mathrm{d}^2\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\cos\theta \mathrm{d}\varphi}$$

określa prawdopodobieństwo rozproszenia cząstki na tarczy, która sama na ogół jest cząstką.

W przypadku klasycznym, gdy cząstki traktujemy jako korpuskuły, całkowity przekrój czynny jest po prostu powierzchnią tarczy prostopadłą do kierunku padających cząstek,

a różniczkowy przekrój czynny jest fragmentem tej powierzchni, który rozprasza padającą cząstkę w kierunku detektora,

Całkowity przekrój czynny

$$\sigma = \int_0^{4\pi} \frac{\mathrm{d}\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\Omega}\,\mathrm{d}\Omega = \int_0^{\pi} \sin\theta \mathrm{d}\theta \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi\, \frac{\mathrm{d}^2\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi}$$

$$= \int_{-1}^{1} \mathrm{d}\cos\theta \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi\, \frac{\mathrm{d}^2\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\cos\theta \mathrm{d}\varphi}$$

określa prawdopodobieństwo rozproszenia cząstki na tarczy, która sama na ogół jest cząstką.
W przypadku klasycznym, gdy cząstki traktujemy jako korpuskuły, całkowity przekrój czynny jest po prostu powierzchnią tarczy prostopadłą do kierunku padających cząstek,
a różniczkowy przekrój czynny jest fragmentem tej powierzchni, który rozprasza padającą cząstkę w kierunku detektora, czyli do kąta bryłowego zawartego w przedziale $(\Omega, \Omega + \mathrm{d}\Omega)$.

Całkowity przekrój czynny

$$\begin{aligned}\sigma &= \int_0^{4\pi} \frac{\mathrm{d}\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\Omega}\,\mathrm{d}\Omega = \int_0^{\pi} \sin\theta \mathrm{d}\theta \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi\, \frac{\mathrm{d}^2\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\theta \mathrm{d}\varphi} \\ &= \int_{-1}^{1} \mathrm{d}\cos\theta \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi\, \frac{\mathrm{d}^2\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\cos\theta \mathrm{d}\varphi}\end{aligned}$$

określa prawdopodobieństwo rozproszenia cząstki na tarczy, która sama na ogół jest cząstką.
W przypadku klasycznym, gdy cząstki traktujemy jako korpuskuły, całkowity przekrój czynny jest po prostu powierzchnią tarczy prostopadłą do kierunku padających cząstek,
a różniczkowy przekrój czynny jest fragmentem tej powierzchni, który rozprasza padającą cząstkę w kierunku detektora, czyli do kąta bryłowego zawartego w przedziale $(\Omega, \Omega + \mathrm{d}\Omega)$.

Przekrój czynny

Przeprowadzając analizę procesu rozpraszania cząstki na pakietach falowych i wykorzystując przedstawienie asymptotyczne

$$u(r,\theta,\varphi) \sim \left[e^{ikz} + \frac{f(\theta,\varphi)}{r} e^{ikr}\right],$$

można pokazać,

Przeprowadzając analizę procesu rozpraszania cząstki na pakietach falowych i wykorzystując przedstawienie asymptotyczne

$$u(r,\theta,\varphi) \sim \left[e^{ikz} + \frac{f(\theta,\varphi)}{r} e^{ikr}\right],$$

można pokazać, *patrz np.* John R. Taylor, *Scattering Theory,* rozdz. 10,

Przekrój czynny

Przeprowadzając analizę procesu rozpraszania cząstki na pakietach falowych i wykorzystując przedstawienie asymptotyczne

$$u(r,\theta,\varphi) \sim \left[e^{ikz} + \frac{f(\theta,\varphi)}{r} e^{ikr}\right],$$

można pokazać, *patrz np.* John R. Taylor, *Scattering Theory,* rozdz. 10, że

$$\frac{\mathrm{d}\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\Omega} = |f(\theta,\varphi)|^2,$$

Przekrój czynny

Przeprowadzając analizę procesu rozpraszania cząstki na pakietach falowych i wykorzystując przedstawienie asymptotyczne

$$u(r,\theta,\varphi) \sim \left[e^{ikz} + \frac{f(\theta,\varphi)}{r}e^{ikr}\right],$$

można pokazać, *patrz np.* John R. Taylor, *Scattering Theory,* rozdz. 10, że

$$\frac{\mathrm{d}\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\Omega} = |f(\theta,\varphi)|^2,$$

gdzie amplitudę rozpraszania $f(\theta,\varphi)$ na ogół wyliczamy z teorii,

Przekrój czynny

Przeprowadzając analizę procesu rozpraszania cząstki na pakietach falowych i wykorzystując przedstawienie asymptotyczne

$$u(r,\theta,\varphi) \sim \left[e^{ikz} + \frac{f(\theta,\varphi)}{r}e^{ikr}\right],$$

można pokazać, *patrz np.* John R. Taylor, *Scattering Theory,* rozdz. 10, że

$$\frac{\mathrm{d}\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\Omega} = |f(\theta,\varphi)|^2\,,$$

gdzie amplitudę rozpraszania $f(\theta,\varphi)$ na ogół wyliczamy z teorii, a różniczkowy przekrój czynny $\frac{\mathrm{d}\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\Omega}$ mierzymy w doświadczeniu, ustawiając detektory pod różnymi kątami.

Przekrój czynny

Przeprowadzając analizę procesu rozpraszania cząstki na pakietach falowych i wykorzystując przedstawienie asymptotyczne

$$u(r,\theta,\varphi) \sim \left[e^{ikz} + \frac{f(\theta,\varphi)}{r}e^{ikr}\right],$$

można pokazać, *patrz np.* John R. Taylor, *Scattering Theory,* rozdz. 10, że

$$\frac{\mathrm{d}\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\Omega} = |f(\theta,\varphi)|^2\,,$$

gdzie amplitudę rozpraszania $f(\theta,\varphi)$ na ogół wyliczamy z teorii, a różniczkowy przekrój czynny $\frac{\mathrm{d}\sigma(\Omega)}{\mathrm{d}\Omega}$ mierzymy w doświadczeniu, ustawiając detektory pod różnymi kątami.